บทที่ 2
การโปรแกรมเชิงเส้น
(Linear Programming : LP)

การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming: LP)

การโปรแกรมเชิงเส้น จะมุ่งแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ลักษณะของคำตอบในปัญหานี้จะเป็นตัวเลขแสดงจำนวนของแต่ละตัวแปรที่อยู่ภายในขอบเขต และจะต้องเป็นคำตอบที่ดีที่สุดด้วย ในที่นี้อาจหมายถึง กำไรสูงที่สุด ผลผลิตสูงที่สุด หรือต้นทุนต่ำที่สุด ในขณะที่สนองความต้องการได้เท่าเดิม และใช้ทรัพยากรที่มีอยู่ให้เพียงพอ ดังตัวอย่างในการจัดกลุ่มปัญหา เช่นปัญหาในการวางแผนการผลิต เช่น การผลิตปุ๋ยชนิดหนึ่งจะประกอบด้วยแร่ธาตุหลายชนิด ซึ่งจะเป็นข้อจำกัดสำหรับต้นทุน หรือการผลิตสินค้าที่มีหลายขั้นตอนซึ่งมีข้อจำกัดสำหรับกำลังการผลิต เป็นต้น ปัญหาในการวางแผนการตลาด เช่น การตัดสินใจวางจำหน่ายสินค้าให้สอดคล้องกับความต้องการสินค้าและต้นทุนสินค้า ปัญหาในการจัดสรรการลงทุน เช่น มีเงินทุนอยู่จำนวนหนึ่งต้องการนำไปลงทุนเพื่อทำกิจการให้ได้ผลกำไร บางส่วนอาจต้องนำไปซื้อหุ้น และ ฝากธนาคารเอาดอกเบี้ยและสำรองไว้ เพื่อให้ได้ผลกำไรสูงที่สุดจำเป็นต้องมีการจัดสรรที่เหมาะสม และปัญหาอื่นที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

ฟังก์ชั่นเชิงเส้น(Linear Function)

ฟังก์ชั่นเชิงเส้นคือฟังก์ชั่นที่มีความเป็นเชิงเส้น หรือการเปลี่ยนแปลงของค่าในตัวแปรทำให้ค่าของฟังก์ชั่นเปลี่ยนแปลงในลักษณะเป็นเส้นตรง โดยอธิบายความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$f(X_1, X_2, ...X_n) = C_1X_1 + C_2X_2 + ...C_nX_n$$

กำหนดให้ $f(X_1, X_2, ...X_n)$ เป็นฟังก์ชั่นเชิงเส้น

$C_1, C_2, ..C_n$ เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่1,2,..n

$X_1, X_2, ..X_n$ เป็นตัวแปรในสมการที่มีเลขยกกำลังเป็นหนึ่ง

วิธีการกำหนดรูปแบบของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น

1. กำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variable)

หมายถึงตัวแปรที่จะต้องพิจารณาเพื่อหาค่าที่ดีที่สุด เพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด จะแทนด้วย $X_1, X_2 ... X_n$

2 ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function)

หมายถึงฟังก์ชั่นที่เป็นตัวบอกเป้าหมายว่าต้องการ ค่าสูงสุด เช่น เป้าหมายของกำไรสูงที่สุด หรือเป้าหมายของต้นทุนต่ำที่สุด จะแทนด้วย

$$MaxZ = C_1X_1 + C_2X_2 + ...C_nX_n$$ กรณีต้องการหาค่าสูงที่สุด

$$MinZ = C_1X_1 + C_2X_2 + ...C_nX_n$$ กรณีต้องการหาค่าต่ำที่สุด

เมื่อ $C_1, C_2, ..C_n$ เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่1,2,..n

$X_1, X_2, ..X_n$ เป็นตัวแปรในสมการที่มีเลขยกกำลังเป็นหนึ่ง

3 เงื่อนไขแสดงขอบข่าย (Constraints)

หมายถึงขอบข่ายที่เป็นข้อจำกัดของคำตอบหรือค่าที่ตัวแปรตัดสินใจจะเป็นได้ซึ่งอาจแทนด้วยสมการหรือ อสมการ เช่น คำว่าไม่เกินกว่าแทนด้วยเครื่องหมายน้อยกว่า หรือเท่ากับ($\leq$) หรือคำว่าอย่างน้อยที่สุด แทนด้วยเครื่องหมายมากกว่าหรือเท่ากับ($\geq$) เป็นต้น

4 บริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ(Feasible Region)

หมายถึงกลุ่มของคำตอบที่อยู่ภายในเงื่อนไขขอบข่ายทั้งหมดของปัญหาหรือจากการอินเตอร์เซ็ก(Intersection) ของเงื่อนไขขอบข่าย(Constraint)ทั้งหมดของปัญหา ซึ่งจะพิจารณาค่าทุกค่าที่ค่าบวกและศูนย์เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2.1 บริษัท GOA ผลิตสี 2 ชนิด คือ สีทาภายในและสีทาภายนอก จากวัตถุดิบ M_1 และ M_2 ดังตารางต่อไปนี้

ชนิดของวัตถุดิบ	น.น.ของวัตถุดิบต่อ น.น. ของสี(ตัน)		ปริมาณวัตถุดิบที่หาได้(ตัน)
	สีทาภายนอก	สีทาภายใน	
วัตถุดิบ M1	6	4	24
วัตถุดิบ M2	1	2	6
ผลกำไรต่อตัน	5 (พันบาท)	4 (พันบาท)	

จากการสำรวจตลาดพบว่าความต้องการสูงสุดต่อวันของสีทาภายในไม่เกิน 2 ตัน และความต้องการของสีทาภายในจะไม่มากเกินกว่า 1 ตัน ของสีทาภายนอก บริษัทต้องการหาปริมาณการผลิตของสีทาภายในและสีทาภายนอก ที่ให้กำไรรวมสูงที่สุด

วิธีทำ

- กำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variable)

จากโจทย์พบว่าเราต้องการทราบว่าจะต้องผลิตสีแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าใด ดังนั้น กำหนดให้

X_1 แทน ปริมาณการผลิตของสีทาภายนอก (ตัน)

X_2 แทน ปริมาณการผลิตของสีทาภายใน (ตัน)

- ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

เป้าหมายที่เราต้องการคือ กำไรสูงที่สุดจากการผลิต ดังนั้นส่วนที่เป็นผลกำไร จะนำมากำหนดเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$MaxZ = 5X_1 + 4X_2 \quad \text{(พันบาท)}$$

- กำหนดขอบข่ายจากเงื่อนไขของปัญหา (Constraints)

-ปริมาณที่จำกัดของวัตถุดิบ M_1

$$6X_1 + 4X_2 \le 24 \quad \text{(ตัน)}$$

-ปริมาณที่จำกัดของวัตถุดิบ M_2

$$X_1 + 2X_2 \le 6 \quad \text{(ตัน)}$$

-ความต้องการของสีทาภายในจะไม่เกิน 2 ตัน

$$X_2 \le 2 \quad \text{(ตัน)}$$

-ความต้องการของสีทาภายในจะไม่มากกว่า 1 ตันของสีทาภายนอก

$$X_2 - X_1 \le 1 \quad \text{(ตัน)}$$

-พิจารณาเฉพาะที่ค่าเป็นบวก

$$X_1, X_2 \ge 0$$

เขียนเงื่อนไขขอบข่ายใหม่ได้เป็น

$$6X_1 + 4X_2 \le 24 \quad (1)$$

$$X_1 + 2X_2 \le 6 \quad (2)$$

$$X_2 \le 2 \quad (3)$$

$$X_2 - X_1 \le 1 \quad (4)$$

$$X_1, X_2 \ge 0 \quad (5)$$

ตัวอย่างที่2.2 บริษัทผลิตอาหารสัตว์แห่งหนึ่ง ต้องการใช้อาหารสูตรพิเศษอย่างน้อย 800 ลิตรต่อวัน มีส่วนประกอบของข้าวโพดและถั่วเหลืองซึ่งให้คุณค่าอาหารดังนี้

ส่วนประกอบ	ปริมาณสารอาหารต่อปริมาณอาหาร (ลิตร)		ต้นทุนบาทต่อลิตร
	โปรตีน	ไฟเบอร์	
ข้าวโพด	0.09	0.02	0.30
ถั่วเหลือง	0.60	0.06	0.90

กระทรวงเกษตรและสหกรณ์กำหนดมาตรฐานของอาหาร คือ ต้องมีโปรตีนอย่างน้อยที่สุด 30% และไฟเบอร์อย่างมากที่สุดไม่เกิน 5% บริษัทต้องการลดต้นทุนในการผลิต อยากทราบว่า จะต้องกำหนดส่วนผสมอย่างไรเพื่อให้ได้ต้นทุนที่ต่ำที่สุด

วิธีทำ

- กำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

X_1 แทนปริมาณข้าวโพด (ลิตร)

X_2 แทนปริมาณถั่วเหลือง (ลิตร)

- ฟังก์ชันวัตถุประสงค์กรณีนี้ต้องการค่าต่ำสุด

$$MinZ = 0.3X_1 + 0.9X_2 \quad \text{(บาท)}$$

- กำหนดขอบข่ายจากเงื่อนไขของปัญหา

-กำหนดให้ความต้องการของอาหารมีอย่างน้อย 800 ลิตรนั่นคือ

$$X_1 + X_2 \geq 800 \quad \text{(ลิตร)}$$

-กำหนดว่าอาหารต้องประกอบด้วยโปรตีนอย่างน้อย 30% นั่นคือ

$$0.09X_1 + 0.6X_2 \geq 0.3(X_1 + X_2)$$

$$(0.09 - 0.3)X_1 + (0.6 - 0.3)X_2) \geq 0$$

$$-0.21X_1 + 0.3X_2 \geq 0$$

หรือ $0.21X_1 - 0.3X_2 \leq 0$

-กำหนดว่าอาหารต้องประกอบด้วยไฟเบอร์ไม่เกิน 5% นั่นคือ

$$0.02X_1 + 0.06X_2 \le 0.05(X_1 + X_2)$$
$$0.03X_1 - 0.01X_2 \ge 0$$

-พิจารณาเฉพาะที่ค่าเป็นบวก

$$X_1, X_2 \ge 0$$

เขียนเงื่อนไขขอบข่ายได้ดังนี้

$$X_1 + X_2 \ge 800 \qquad (1)$$
$$0.21X_1 - 0.3X_2 \le 0 \qquad (2)$$
$$0.03X_1 - 0.01X_2 \ge 0 \qquad (3)$$
$$X_1, X_2 \ge 0 \qquad (4)$$

ตัวอย่างที่ 2.3 บริษัทรัชดาเฟอนิเจอร์มีผลิตภัณฑ์ที่ทำจากไม้ เพื่อส่งออกคือ โต๊ะอาหาร โต๊ะทำงาน และเก้าอี้ ซึ่งแบ่งขั้นตอนในการทำงานได้สองส่วนคือ การประกอบโครงไม้ และการทาสีเคลือบเงา ซึ่งใช้เวลาและ จำนวนไม้ต่อชิ้นงานดังนี้

ทรัพยากร	โต๊ะอาหาร	โต๊ะทำงาน	เก้าอี้
จำนวนไม้ที่ใช้	8 แผ่น	6 แผ่น	1 แผ่น
เวลาในการทาสี	4 ชม.	2 ชม.	1.5 ชม.
เวลาในการประกอบ	2 ชม.	1.5 ชม.	0.5 ชม.

มีข้อจำกัดคือ ไม้ทั้งหมดมีอยู่ 48 แผ่นและมีเวลาในการทาสี 20ชม. การประกอบโครงไม้ 8 ชม. ซึ่งกำไรจากการทำโต๊ะอาหาร 60 ดอลล่า โต๊ะทำงาน 30 ดอลล่า และเก้าอี้ 20 ดอลล่า ปริมาณความต้องการสินค้ามีอย่างไม่จำกัดยกเว้นโต๊ะทำงานจะมีได้ไม่เกิน 5 ตัว จงหาว่าควรวางแผนการผลิตอย่างไร ถึงจะทำให้ได้กำไรสูงสุด

<u>วิธีทำ</u>

- ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

X_1 แทนจำนวนของโต๊ะอาหาร (ตัว)

X_2 แทนจำนวนของโต๊ะทำงาน (ตัว)

X_3 แทนจำนวนของเก้าอี้ (ตัว)

- ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$MaxZ = 60X_1 + 30X_2 + 20X_3$$

- เงื่อนไขขอบข่าย

$$8X_1 + 6X_2 + X_3 \le 48 \quad (1)$$

$$4X_1 + 2X_2 + 1.5X_3 \le 20 \quad (2)$$

$$2X_1 + 1.5X_2 + 0.5X_3 \le 8 \quad (3)$$

$$X_2 \le 5 \quad (4)$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0 \quad (5)$$

ตัวอย่างที่2.4 บริษัทเพื่อนเกษตร ผลิตปุ๋ยมีสูตรในการผลิตปุ๋ยเคมีมีน้ำหนักรวมกัน 1,000 กิโลกรัม ซึ่งจะประกอบด้วยแร่ธาตุ 3 ชนิดด้วยกันคือ N, P,และ K ตามลำดับ ต้นทุนของแร่ธาตุแต่ละชนิดเป็น ราคา 2 บาทต่อกิโลกรัม 3 บาทต่อกิโลกรัม และ 4บาทต่อกิโลกรัม ตามลำดับ นอกจากนี้ยังมีเงื่อนไขอื่นๆดังนี้

-N ต้องมีอย่างน้อยที่สุด	200	กก.
-P ต้องมีไม่เกิน	400	กก.
-K ต้องมีอย่างน้อย	100	กก.

สำหรับฐานการผลิตที่ 1,000 กก. บริษัทเพื่อนเกษตรผลิตปุ๋ย จะต้องจัดส่วนผสมอย่างไรจึงจะได้ปุ๋ยที่มีต้นทุนต่ำที่สุด

<u>วิธีทำ</u>

- ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

X_1 แทนปริมาณแร่ธาตุ N (กก.)

X_2 แทนปริมาณแร่ธาตุ P (กก.)

X_3 แทนปริมาณแร่ธาตุ K (กก.)

- ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$MinZ = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3 \quad (\text{บาท})$$

- เงื่อนไขขอบข่าย

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1000 \quad (1)$$

$$X_1 \ge 200 \quad (2)$$

$$X_2 \le 400 \quad (3)$$

$$X_3 \ge 100 \quad (4)$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0 \quad (5)$$

สิ่งที่สำคัญที่สุดสำหรับเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นคือการมองปัญหาและจัดเงื่อนไขและรูปแบบของปัญหาให้ถูกต้อง เมื่อสามารถจัดตัวแบบของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นได้แล้ว ต่อไปจะกล่าวถึงวิธีในการหาคำตอบที่ดีที่สุดในแต่ละวิธี

การแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น (L P. Solution)

การหาคำตอบสำหรับปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นก็คือ การหาค่าของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ(Decision Variable) ที่ทำให้ค่าของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์(Objective Function)เป็นค่าที่ดีที่สุด โดยคำตอบที่ได้ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบข่ายของปัญหา(Constraints)ที่ถูกกำหนด เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงวิธีการแก้ปัญหาด้วยกัน 2 วิธีคือ

1. วิธีกราฟ (Graphical Method)
2. วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method)

วิธีกราฟ (Graphical Method)

การแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟจะอาศัยการพลอตกราฟสองมิติของอสมการเงื่อนไขขอบข่าย และทำการหาจุดตัดที่ทำให้ค่าในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นค่าที่ดีที่สุด โดยมีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจเป็นแกนของกราฟ วิธีกราฟนี้มีข้อจำกัดคือ ใช้ได้กับปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจเพียง 2 ตัวแปร และ ไม่เหมาะกับปัญหาที่มีวงกว้าง เช่น มีเงื่อนไขขอบข่ายหลายข้อ เนื่องจากการพลอตกราฟจะทำได้ยาก ขั้นตอนต่างๆจะอธิบายไปพร้อมตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.5 จากตัวอย่างที่ 2.1 ซึ่งทำการกำหนดตัวแบบของการโปรแกรมเชิงเส้นเรียบร้อยแล้วดังนี้

- กำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ (Decision Variable)

จากโจทย์พบว่าเราต้องการทราบว่าจะต้องผลิตสีแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าใด ดังนั้น กำหนดให้

X_1 แทน ปริมาณการผลิตของสีทาภายนอก (ตัน)

X_2 แทน ปริมาณการผลิตของสีทาภายใน (ตัน)

- ฟังก์ชันประสงค์ (Objective Function)

เป้าหมายที่เราต้องการคือ กำไรสูงที่สุดจากการผลิต ดังนั้นส่วนที่เป็นผลกำไร จะนำมากำหนดเป็นฟังก์ชันประสงค์

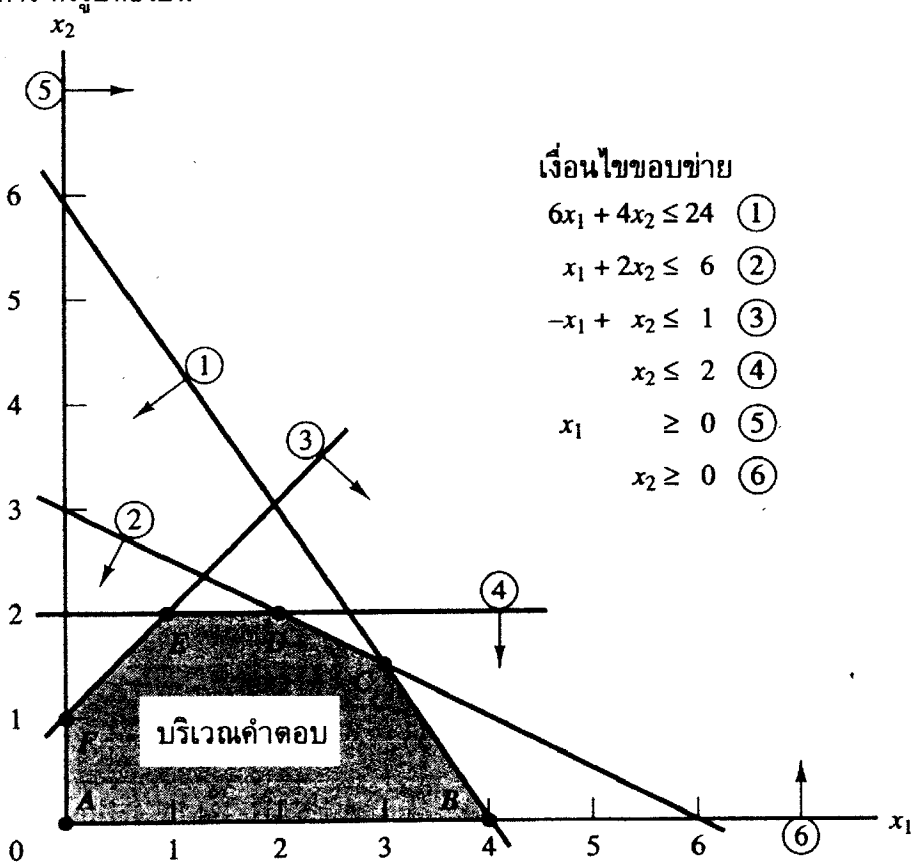
$$MaxZ = 5X_1 + 4X_2 \quad \text{(พันบาท)}$$

- เงื่อนไขขอบข่ายของปัญหา (Constraints)

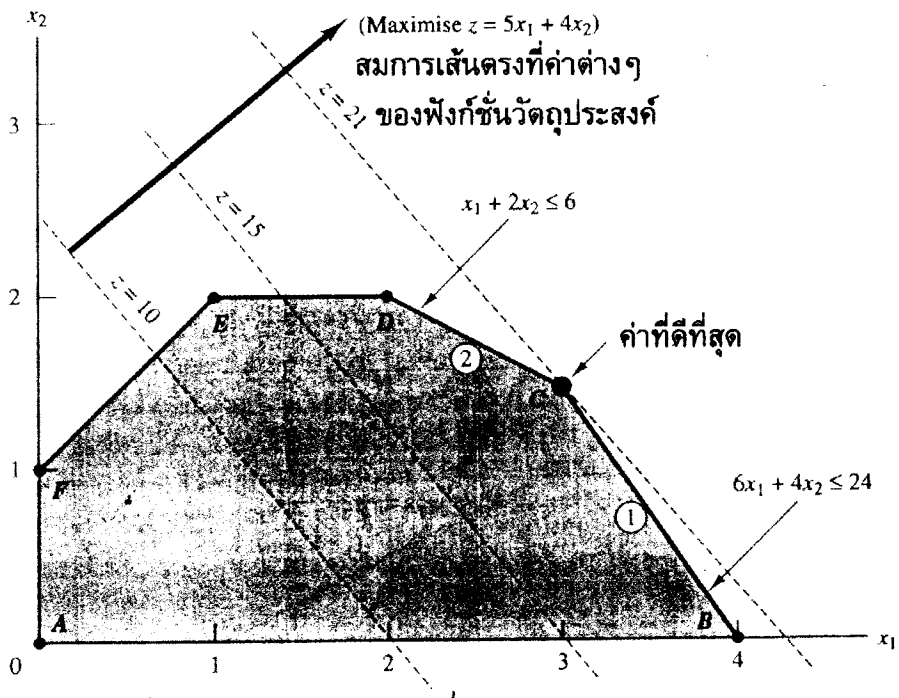
$$6X_1 + 4X_2 \le 24 \qquad (1)$$
$$X_1 + 2X_2 \le 6 \qquad (2)$$
$$X_2 \le 2 \qquad (3)$$
$$X_2 - X_1 \le 1 \qquad (4)$$
$$X_1, X_2 \ge 0 \qquad (5)$$

<u>วิธีทำ</u>

คำนวณจุดตัด บนแกน X_1 และ X_2 แล้วทำการพลอตกราฟ สังเกตความสัมพันธ์ของอสมการ ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2-1



รูปที่ 2-2

พื้นที่บนกราฟที่แรงเงาเป็นบริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ (Feasible Region)ดัง รูปที่ 2-1 จากนั้นทำการกำหนดค่าเริ่มต้น ให้กับค่า Z เพื่อที่จะพลอตเส้นอ้างอิงของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และทำการเลื่อนเส้นอ้างอิงโดยรักษาระดับความชันให้คงที่หรือขนานกันไปจนพบจุดตัดของเส้นตรงจุดสุดท้าย โดยกรณีปัญหาค่าสูงสุดให้เลื่อนออกจากจุดออริจิน ส่วนกรณีปัญหาค่าต่ำสุดให้เลื่อนเข้าหาจุดออริจิน สังเกตค่า Z จะมีการเปลี่ยนแปลงตามการเลื่อนเส้นดัง รูปที่ 2-2 จากจุดตัดของเส้นตรง A, B, C, D, E, F สังเกตจุด C ค่าที่ได้ X_1 = 3 ตัน และ X_2 = 1.5 ตัน ค่า Z =21,000 บาท ซึ่งเป็นจุดตัดของเส้นตรงเงื่อนไขที่ (1) และ (2) สามารถพิสูจน์ได้โดยการแทนค่าจุดตัดลงบนฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์จะเห็นว่าค่าที่สูงที่สุดคือจุด C ดังนั้นควรผลิตสีทาภายนอก 3 ตัน สีทาภายใน 1.5 ตัน ซึ่งกำไรสูงสุดที่ได้คือ 21,000 บาท

ตัวอย่างที่ 2.6 จากปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีเงื่อนไขขอบข่ายและฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ดังนี้

- กำหนดตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

  X_1 แทนปริมาณข้าวโพด (ลิตร)

  X_2 แทนปริมาณถั่วเหลือง (ลิตร)

- ฟังก์ชันวัตถุประสงค์กรณีนี้ต้องการค่าต่ำสุด

  $MinZ = 0.3X_1 - 0.9X_2$ (บาท)

- เงื่อนไขขอบข่าย

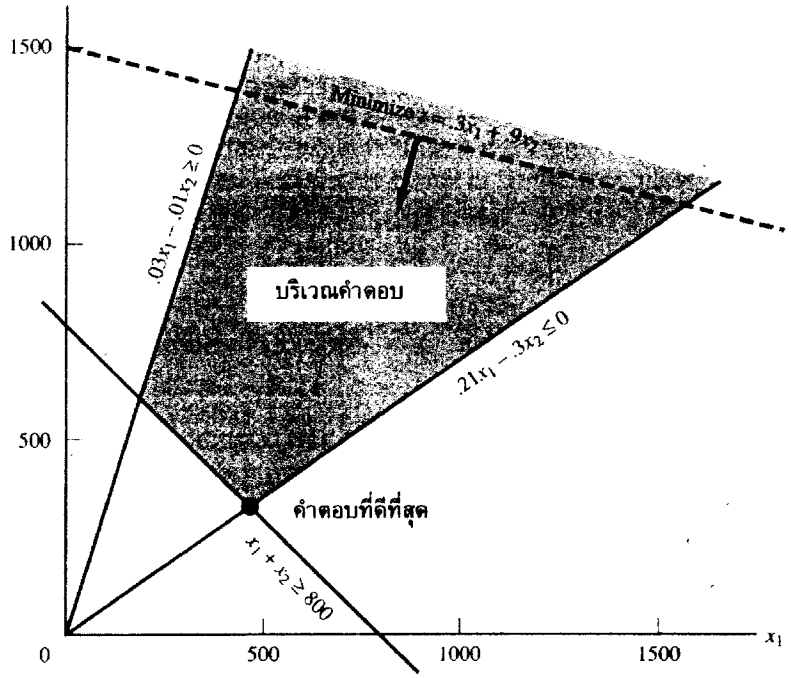
$$X_1 + X_2 \geq 800 \qquad (1)$$

$$0.21X_1 - 0.3X_2 \leq 0 \qquad (2)$$

$$0.03X_1 - 0.01X_2 \geq 0 \qquad (3)$$

$$X_1, X_2 \geq 0 \qquad (4)$$

ทำการพลอตกราฟและหาจุดที่ดีที่สุด (Optimum)



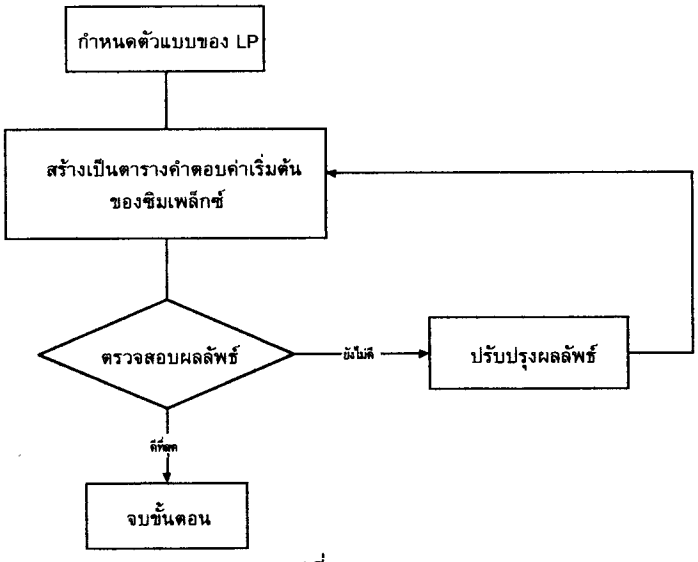
รูปที่ 2-3

พื้นที่บนกราฟที่แรงเงาเป็นบริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ (Feasible Region) ดังรูปที่ 2-3 จากนั้นทำการกำหนดค่าเริ่มต้น ให้กับค่า Z เพื่อที่จะพลอตเส้นอ้างอิงของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และทำการเลื่อนเส้นอ้างอิงโดยรักษาระดับความชันให้คงที่หรือขนานกันไปจนพบจุดตัดของเส้นตรงจุดสุดท้าย การเลื่อนเส้นของปัญหาค่าต่ำสุดจะเลื่อนเข้าหาจุดออริจิน สังเกตว่าค่าของ Z จะลดลงจนพบจุดที่มีค่าน้อยที่สุดและอยู่ภายในบริเวณของคำตอบ คือ

X_1 = 470.6 ลิตร X_2 = 329.4 ลิตร และ Z = 437.6 บาท

วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method)

วิธีซิมเพล็กซ์อาศัยการคำนวณหาคำตอบที่ดีที่สุดจากตารางซิมเพล็กซ์ ซึ่งมีที่มาจากทฤษฎีของเมตริก สามารถแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนตัวแปรต้องตัดสินใจจำนวนมากได้ ขั้นตอนในการแก้ปัญหาจะมีลักษณะดังนี้



รูปที่ 2-4

จากรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขขอบข่าย

$$Maximization Z = C_1X_1 + C_2X_2 + ...CnXn(or Minimization Z)$$

Subject to:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2....a_{1n}Xn \le or \ge or = b_1$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2....a_{2n}Xn \le or \ge or = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2...a_{mn}Xn \le or \ge or = b_m$$

เมื่อ $C_1, C_2,..C_n$ เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่1,2,..n

$X_1, X_2,..X_n$ เป็นตัวแปรที่ต้องตัดสินใจที่มีค่าเป็นบวก

m คือจำนวนเงื่อนไข

n คือจำนวนของตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ

การกำหนดตัวแปรในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีของซิมเพล็กซ์

ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable) คือ ตัวแปรที่มีค่าไม่เป็นศูนย์

ตัวแปรอมูลฐาน (Non Basic Variable) คือตัวแปรที่มีค่าเป็นศูนย์

การพิจารณาว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรมูลฐานหรือตัวแปรอมูลฐานจะพิจารณาจากค่าในตัวแปรแต่ละตัวจากคำตอบเริ่มต้น

ตัวแปรส่วนขาด (Slack Variable) คือตัวแปรสมมติที่ได้ใส่เพิ่มเข้าไปเพื่อปรับเงื่อนไขให้ยังคงความเป็นจริง โดยกำหนดว่าถ้าเงื่อนไขขอบข่ายใดมีเครื่องหมาย "≤" ให้บวกตัวแปรส่วนขาดเข้าไป (+S)ในซีกซ้ายของเงื่อนไข เนื่องจากจะต้องมีการแปลงเครื่องหมายจาก "≤" ให้เป็นเครื่องหมาย "=" เพื่อสร้างตารางคำตอบเริ่มต้น

ตัวแปรส่วนเกิน (Surplus Variable) คือตัวแปรสมมติที่ได้ใส่เพิ่มเข้าไปเพื่อปรับเงื่อนไขให้ยังคงความเป็นจริง โดยกำหนดว่าถ้าเงื่อนไขขอบข่ายใดมีเครื่องหมาย "≥" ให้เพิ่มตัวแปรส่วนขาดเข้าไป(-S)ในซีกซ้ายของเงื่อนไข เนื่องจากจะต้องมีการแปลงเครื่องหมายจาก"≥" ให้เป็นเครื่องหมาย "=" เพื่อสร้างตารางคำตอบเริ่มต้น

ตัวแปรเทียม(Artificial Variable)คือตัวแปรสมมติที่ใส่เพิ่มเข้าไปเพื่อปรับเงื่อนไข ให้ยังคงความเป็นจริง แทนด้วย A และกรณีที่เพิ่มตัวแปรเทียมเข้าไปจะต้องมีการเพิ่มสัมประสิทธิ์ M เข้าไปด้วยโดยกำหนดว่า ค่าของ M จะมีค่ามากๆ ($M \rightarrow \infty$)และมีเงื่อนไขของเครื่องหมายดังต่อไปนี้

- ถ้าเป็นการหาค่าสูงสุด(Maximization) ให้เพิ่ม –MA ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์
- ถ้าเป็นการหาค่าต่ำสุด(Minimization) ให้เพิ่ม +MA ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์

รายละเอียดต่างๆ จะอธิบายควบคู่ไปกับตัวอย่างเพื่อความเข้าใจที่ง่ายขึ้น

ตัวอย่างที่ 2.7 จากปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นมีฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขขอบข่ายในการจัดตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นตัวอย่างที่ 2.1

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$MaxZ = 5X_1 + 4X_2 \qquad \text{(พันบาท)}$$

เงื่อนไขขอบข่าย

$$6X_1 + 4X_2 \le 24 \qquad (1)$$

$$X_1 + 2X_2 \le 6 \qquad (2)$$

$$X_2 \le 2 \qquad (3)$$

$$X_2 - X_1 \le 1 \qquad (4)$$
$$X_1, X_2 \ge 0 \qquad (5)$$

จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีเงื่อนไขจำนวน 4 เงื่อนไข และ มีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ 2 ตัว จะเห็นว่าเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\le$ ดังนั้นให้เติมตัวแปรส่วนขาดเข้าไป(+S) จะได้ว่า

$$6X_1 + 4X_2 + S_1 = 24 \qquad (1)$$
$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 6 \qquad (2)$$
$$X_2 + S_3 = 2 \qquad (3)$$
$$-X_1 + X_2 + S_4 = 1 \qquad (4)$$

เขียนฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์สำหรับตารางคำตอบเริ่มต้นได้เป็น

$$MaxZ = 5X_1 + 4X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$$

สังเกตว่าเราเปลี่ยนเครื่องหมายทั้งหมดให้เป็นเครื่องหมายทั้งหมดให้เป็นเครื่องหมายเท่ากับ (=) ดังนั้นการเพิ่มตัวแปรส่วนขาดเข้าไป ก็ยังคงทำให้เงื่อนไขเป็นจริง กล่าวคือ ส่วนที่น้อยกว่าหรือส่วนที่ขาดไปจากการเปลี่ยนเครื่องหมายที่ยังไม่ทราบให้แทนด้วย S นั่นเอง

การพิจารณาตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐานเพื่อนำมาสร้างตารางคำตอบเริ่มต้น มีหลักการอยู่ว่า พิจารณาค่าเริ่มต้นของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ให้มีค่าเท่ากับ "0"

$MaxZ = 5X_1 + 4X_2 = 0$ ดังนั้น X_1, X_2 จะเท่ากับ "0" ด้วย
แทนค่า X_1, X_2 ลงในแต่ละเงื่อนไข

$$6(0) + 4(0) + S_1 = 24 \qquad (1)$$
$$(0) + 2(0) + S_2 = 6 \qquad (2)$$
$$(0) + S_3 = 2 \qquad (3)$$
$$-(0) + (0) + S_4 = 1 \qquad (4)$$

จะเห็นได้ว่า S_1, S_2, S_3 และ S_4 มีค่าไม่เท่ากับ "0" ดังนั้น
ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable)คือ ตัวแปรที่มีค่าไม่เป็น 0 ได้แก่ S_1, S_2, S_3 และS_4
ตัวแปรอมูลฐาน (Non Basic Variable) คือ ตัวแปรที่มีค่าเป็น 0 ได้แก่ X_1, X_2,

การสร้างตารางคำตอบเริ่มต้น

ต้องทำการปรับรูปแบบของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์โดยย้ายข้างของสมการให้ทุกค่าอยู่ในซีกซ้ายและทางซีกขวามีค่าเท่ากับศูนย์

จากเดิม $MaxZ = 5X_1 + 4X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$

เปลี่ยนเป็น $Z - 5X_1 - 4X_2 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 - 0S_4 = 0$

ลักษณะของตารางคำตอบค่าเริ่มต้น

Basis	Z	ตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์	b
Z	1	สัมประสิทธิ์ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์	
ตัวแปร	0	สัมประสิทธิ์ในสมการเงื่อนไขที่ 1	เทอมของ
มูลฐาน	0	สัมประสิทธิ์ในสมการเงื่อนไขที่ 2	ผลลัพธ์
(Basic	0		
variable)	0	สัมประสิทธิ์ในสมการเงื่อนไขที่ m	

ทำการป้อนค่าในตารางคำตอบเริ่มต้น

Basis	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	b
Z	1	-5	-4	0	0	0	0	0
S1	0	6	4	1	0	0	0	24
S2	0	1	2	0	1	0	0	6
S3	0	0	1	0	0	1	0	2
S4	0	-1	1	0	0	0	1	1

การตรวจสอบผลลัพธ์

การตรวจสอบผลลัพธ์จะกระทำเพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุดหรือยังถ้ายังไม่ดีที่สุดให้ปรับปรุงผลลัพธ์ต่อไป ในการตรวจสอบผลลัพธ์ว่าดีหรือไม่จะตรวจสอบจาก สปส. ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์โดยมีหลักการดังต่อไปนี้

กำหนดให้

$MaxZ = C_1X_1 + C_2X_2$ เป็นฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

จัดรูปสมการใหม่เป็น

$$Z - C_1X_1 - C_2X_2 = 0$$

จากสมการนี้ถ้ากำหนดให้ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจ X_1, X_2 มีค่าเป็น."0" จะมีผลทำให้ Z มีค่าเท่ากับ"0" ด้วยเช่นกันและถ้ามีการเพิ่มค่าของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเพียงตัวเดียว เช่น ให้ค่าของ X_1 = 0 และ X_2 เป็นค่าใด ๆจะได้ว่า

$$Z - C_1X_1 - C_2X_2 = 0 \text{ ถ้า } X_1 = 0$$

$$Z = C_2X_2$$

ในการปรับปรุงผลลัพธ์ด้วยวิธีของซิมเพล็กซ์ อาศัยหลักการของ Gauss Jordan elimination เพื่อหาคำตอบ ในการปรับปรุงเพื่อหาคำตอบสำหรับการปรับปรุงผลลัพธ์แต่ละครั้งจะมีผลทำให้เครื่องหมายและค่าของ สปส.ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เปลี่ยนไปดังนั้นถ้าหากการปรับปรุงผลลัพธ์จนกระทั่งทำให้เครื่องหมายเปลี่ยนไปจากลบเป็นบวกทั้งหมดและค่าคงที่ C_1,C_2 เปลี่ยนเป็น K_1,K_2 ตามลำดับนั้นคือ

$$Z + K_1X_1 + K_2X_2 = 0$$

ค่าของสมการจะไม่เป็นจริงถ้า X_1, X_2 มีค่ามากกว่า "0" หรืออาจสรุปได้ว่าการปรับปรุงผลลัพธ์จะหยุดกระทำเมื่อเครื่องหมายของ สปส.ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เปลี่ยนจากลบเป็นบวกหมดทุกค่าในกรณีการหาค่าสูงสุด และกรณีค่าต่ำสุดจะตรงข้ามกัน สรุปได้ดังนี้

- กรณีหาค่าสูงสุด (Maximization) จะต้องมีค่าเป็น*<u>บวก หรือศูนย์หมด</u>*
- กรณีหาค่าต่ำสุด (Minimization) จะต้องมีค่าเป็น*<u>ลบหรือศูนย์หมด</u>*

แสดงว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุด

การปรับปรุงผลลัพธ์

1.หาหลักแนวตั้ง (Pivot Column) ให้เป็นตัวแปรเข้า (Entering Variable) โดยพิจารณาค่าที่เป็น

- เป็นค่าลบที่มากที่สุดกรณีหาค่าสูงสุด (Maximization)
- เป็นค่าบวกที่มากที่สุดกรณีหาค่าต่ำสุด (Minimization)

2.หาหลักแนวนอน (Pivot Row) ให้เป็นตัวแปรออก (Leaving Variable) ซึ่งตัวแปรออกนี้จะถูกแทนที่ด้วยตัวแปรเข้าทุกครั้งที่มีการปรับปรุงผลลัพธ์โดยพิจารณาค่าของเทอมคำตอบ (b) หารด้วยหลักแนวตั้ง (Pivot Column) ในแต่ละแถว แถวที่มีผลหารค่าที่น้อยที่สุดจะเป็นหลักแนวนอน (Pivot Row) จุดที่ตัดกันระหว่างหลักแถวตั้งและหลักแถวนอนคือจุดหมุนหลัก (Pivot element) จากตารางคำตอบเริ่มต้น ตัวแปรเข้าจะเป็น X_1 ซึ่งค่าสปส.มีค่าเป็นลบมากที่สุด ตัวแปรออกสังเกตจาก 24/6=4, 6/1=6, 2/0=∞ ตัวแปรออกจะเป็นแถวของ S_1 เขียนตารางใหม่เป็น

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	b	
	Z	1	-5	-4	0	0	0	0	0	
ตัวแปรออก	S1	0	6	4	1	0	0	0	24	24/6=4
	S2	0	1	2	0	1	0	0	6	6/1=6
	S3	0	0	1	0	0	1	0	2	2/0= infinity
	S4	0	-1	1	0	0	0	1	1	ค่าลบไม่พิจารณา

3. การคำนวณตารางใหม่

จากตารางข้างบนแถวทางแนวนอนของตัวแปรออก เป็นแถวหลักแนวนอน (Pivot Row) แถวทางแนวตั้งของตัวแปรเข้าเป็นแถวหลักแนวตั้ง (Pivot Column) จุดหมุนหลัก (Pivot element) คือ 6 และค่าอื่นๆเป็นในแถวหลักแนวตั้ง(1,0,-1)เป็นสัมประสิทธิ์ของแถวหลักแนวตั้ง(Pivot Column Coefficient) การคำนวณปรับปรุงตารางผลลัพธ์ใหม่ดัดแปลงมาจาก Gauss Jordan elimination method ดังนี้

$$NewPivotRow = \frac{CurrentPivotRow}{Pivotelement}$$

$$NewRow = CurrentRow - (itsPivotcolumnCoefficient)(NewPivotRow)$$

กำหนดให้

Z คือแถว Z และ Z' คือแถว Z ที่ทำการปรับปรุงผลลัพธ์แล้ว

Row 1 คือแถวที่ 1 และ Row1' คือแถวที่1 ที่ทำการปรับปรุงแล้ว

Row n คือแถวที่ n และ Row n' คือแถวที่ n ที่ทำการปรับปรุงแล้ว

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์จากตารางพบว่า สปส. ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ยังไม่เป็นค่าบวกหรือ 0 หมดทุกค่าแสดงว่า แสดงว่ายังไม่ได้คำตอบที่ดีที่สุด

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 1

Row1'=(Row1)/6

Z'=Z - (-5)(Row1')

Row2'=Row2 – (1)(Row1')

Row3'=Row3 – (0)(Row1')

Row4'=Row4 – (-1)(Row1')

สร้างเป็นตารางผลลัพธ์ใหม่

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	b	
	Z	1	0	(-2/3)	(5/6)	0	0	0	20	
	X1	0	1	(2/3)	(1/6)	0	0	0	4	6
ตัวแปรออก	S2	0	0	(4/3)	(-1/6)	1	0	0	2	1.5
	S3	0	0	1	0	0	1	0	2	2
	S4	0	0	(5/3)	(1/6)	0	0	1	5	3

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์จากตารางพบว่า สปส. ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ยังไม่เป็นค่าบวกหรือ 0 หมดทุกค่าแสดงว่ายังสามารถปรับปรุงผลลัพธ์ต่อไปได้อีก ทำการคำนวณได้ว่า X_2 เป็นตัวแปรเข้าและ S_2 เป็นตัวแปรออก จากนั้นทำการคำนวณตารางใหม่

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 2

$$\text{Row2'} = \frac{3}{4}(\text{Row2})$$

$$\text{Z'} = \text{Z} - (-\frac{2}{3})(\text{Row2'})$$

$$\text{Row1'} = \text{Row1} - (\frac{2}{3})(\text{Row2'})$$

$$\text{Row3'} = \text{Row3} - (\text{Row2'})$$

$$\text{Row4'} = \text{Row4} - (\frac{5}{3})\text{Row2'}$$

Basis	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	b
Z	1	0	0	(3/4)	(1/2)	0	0	21
X1	0	1	0	(1/4)	(-1/2)	0	0	3
X2	0	0	1	(-1/8)	(3/4)	0	0	(3/2)
S3	0	0	0	(1/8)	(-3/4)	1	0	(1/2)
S4	0	0	0	(3/8)	(-5/4)	0	1	(5/2)

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์จากตารางพบว่า สปส. ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นบวกหรือ "0"หมดทุกค่าตามเงื่อนไขดังนั้นค่าที่ได้จึงเป็นคำตอบที่ดีที่สุดซึ่งจะตรงกับคำตอบที่ใช้การหาแบบกราฟ ดังตัวอย่างที่ 2.5 คือ $X_1 = 3, X_2 = 1.5, MaxZ = 21$

ตัวอย่างที่ 2.8 จากฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขขอบข่ายต่อไปนี้ จงหาคำตอบที่ดีที่สุด

- ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$MaxZ = 60X_1 + 30X_2 + 20X_3$$

- เงื่อนไขขอบข่าย

$$8X_1 + 6X_2 + X_3 \le 48 \qquad (1)$$

$$4X_1 + 2X_2 + 1.5X_3 \le 20 \qquad (2)$$

$$2X_1 + 1.5X_2 + 0.5X_3 \le 8 \qquad (3)$$

$$X_2 \le 5 \qquad (4)$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0 \qquad (5)$$

<u>วิธีทำ</u>

จัดรูปแบบใหม่ เพื่อสร้างเป็นตารางคำตอบเริ่มต้นเครื่องหมายในเงื่อนไขมีค่า น้อยกว่าหรือเท่ากับทุกตัว ให้เพิ่มตัวแปรส่วนขาดเข้าไปทุกเงื่อนไข(+S)

$$8X_1 + 6X_2 + X_3 + S_1 = 48 \qquad (1)$$

$$4X_1 + 2X_2 + 1.5X_3 + S_2 = 20 \qquad (2)$$

$$2X_1 + 1.5X_2 + 0.5X_3 + S_3 = 8 \qquad (3)$$

$$X_2 + S_4 = 5 \qquad (4)$$

$$MaxZ = 60X_1 + 30X_2 + 20X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4$$

จัดรูปแบบใหม่ได้เป็น $Z - 60X_1 - 30X_2 - 20X_3 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 - 0S_4 = 0$

สร้างเป็นตารางคำตอบเริ่มต้น

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	b	
	Z	1	-60	-30	-20	0	0	0	0	0	
	S1	0	8	6	1	1	0	0	0	48	6
	S2	0	4	2	1.5	0	1	0	0	20	5
ตัวแปรออก	S3	0	2	1.5	0.5	0	0	1	0	8	4
	S4	0	0	1	0	0	0	0	1	5	infinity

จากการคำนวณให้ X_1 เป็นตัวแปรเข้าโดยพิจารณาจาก สปส. ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ที่มีค่าเป็นค่าลบมากที่สุด หรือกรณีที่เท่ากันเลือกตัวใดตัวหนึ่ง และจากการคำนวณผลหารที่น้อยที่สุดให้ S_3 เป็นตัวแปรออก

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 1

Row3' = (Row3)/2

Z' = Z – (-60)(Row3')

Row1' = Row1 -(8)(Row3')

Row2' = Row2 – (4)(Row3')

Row4' = Row4

สร้างเป็นตารางผลลัพธ์ใหม่ได้เป็น

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	b	
	Z	1	0	15	-5	0	0	30	0	240	
	S1	0	0	0	-1	1	0	-4	0	16	ค่าลบไม่พิจารณา
ตัวแปรออก	S2	0	0	-1	0.5	0	1	-2	0	4	8
	X1	0	1	0.75	0.25	0	0	0.5	0	4	16
	S4	0	0	1	0	0	0	0	1	5	infinity

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์จากตารางพบว่า สปส. ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ยังไม่เป็นค่าบวกหรือ 0 หมดทุกค่าแสดงว่าต้องทำการปรับปรุงผลลัพธ์ต่อไป จากการคำนวณใหม่ X_3 เป็นตัวแปรเข้าและS2 เป็นตัวแปรออก

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 2

Row2' = (Row2)/0.5

Z' = Z – (-5)(Row2')

Row1' = Row1 - (-Row2')

Row3' = Row3 – (0.25)(Row2')

Row4' = Row4

Basis	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	b
Z	1	0	5	0	0	10	10	0	280
S1	0	0	-2	0	1	2	-8	0	24
X3	0	0	-2	1	0	2	-4	0	8
X1	0	1	1.25	0	0	-0.5	1.5	0	2
S4	0	0	1	0	0	0	0	1	5

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์จากตารางพบว่าสปส.ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นบวก หรือ "0"หมดทุกค่าตามเงื่อนไขดังนั้นค่าที่ได้จึงเป็นคำตอบที่ดีที่สุดคือ

$X_1 = 2, X_2 = 0, X_3 = 8 \quad MaxZ = 280$

ตัวอย่างที่ 2.9 จากฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขขอบข่ายต่อไปนี้ จงหาคำตอบที่ดีที่สุด

- ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$MinZ = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3 \qquad \text{(บาท)}$$

- เงื่อนไขขอบข่าย

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1000 \qquad (1)$$
$$X_1 \geq 200 \qquad (2)$$
$$X_2 \leq 400 \qquad (3)$$
$$X_3 \geq 100 \qquad (4)$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \qquad (5)$$

<u>วิธีทำ</u>

จะเห็นว่าเงื่อนไขขอบข่าย ในแต่ละข้อมีความแตกต่างกัน การหาคำตอบสำหรับวิธีนี้จะต้องมีการเพิ่มตัวแปรเทียม (A) และ สัมประสิทธิ์ M ด้วย การตรวจสอบผลลัพธ์จะพิจารณาที่ค่า M โดยสมมติว่า M เป็นค่าที่มาก ($M \rightarrow \infty$) เรียกวิธีนี้ว่า ***Big M method***

จากเงื่อนไขข้อที่ (1)

$$X_1 + X_2 + X_3 + A_1 = 1000$$

เพิ่มตัวแปรเทียม A_1เข้าไปเนื่องจากว่าเงื่อนไขนี้มีเครื่องหมายเท่ากับ การเพิ่มตัวแปรส่วนเกินหรือตัวแปรส่วนขาดจะทำให้สมการไม่เป็นจริง A_1 จะเสมือนตัวแปรที่มีค่าน้อยมาก

จากเงื่อนไขข้อที่ (2)

$$X_1 - S_1 + A_2 = 200$$

เพิ่มตัวแปรส่วนเกินเข้าไป ($-S_1$) และ เหตุที่ต้องเพิ่มตัวแปรเทียม A_2 เข้าไปนั้น ให้สังเกตจาก

$X_1 - S_1 = 200$ ในการหาคำตอบเริ่มต้นให้ $X_1 = 0$

$S_1 = -200$ จะเห็นได้ว่าไม่สามารถเป็นจริงตามเงื่อนไขเนื่องจาก S_1 เป็นลบ ดังนั้นจึงต้องมีการเพิ่ม A_2 เข้าไปแทนเพื่อปรับเงื่อนไขให้สมการยังคงความเป็นจริง

จากเงื่อนไขข้อที่ (3)

$$X_2 + S_2 = 400$$

จากเงื่อนไขข้อที่ (4)

$$X_3 - S_3 + A_3 = 100$$

วิธีการของ Big M method จะต้องเพิ่มสปส. M ให้กับตัวแปรเทียมในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ดังนี้

+M สำหรับกรณีหาค่าต่ำที่สุด (Minimization)

-M สำหรับกรณีหาค่าสูงที่สุด (Maximization)

ดังนั้นจะได้ว่า

$$MinZ = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + MA_1 + 0S_1 + MA_2 + 0S_2 + 0S_3 + MA_3 \text{ และ}$$

$$Z - 2X_1 - 3X_2 - 4X_3 - MA_1 - 0S_1 - MA_2 - 0S_2 - 0S_3 - MA_3 = 0$$

สังเกตตัวแปรมูลฐาน (Basic variable) ซึ่งจะต้องเป็นตัวแปรที่ไม่เป็น 0 และขอบข่ายที่พิจารณาเป็นเฉพาะค่าบวก นั่นคือ A_1, A_2, S_2, A_3 ก่อนที่จะสร้างเป็นตารางคำตอบเริ่มต้นจะต้องมีการจัด สปส. ของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ใหม่ในรูปของ สปส. M ดังนี้

(ก) จากสมการเงื่อนไขจัดแยกตัวแปรเทียม

$$A_1 = 1000 - X_1 - X_2 - X_3$$

$$A_2 = 200 - X_1 + S_1$$

$$A_3 = 100 - X_3 + S_3$$

(ข) จัดให้อยู่ในรูปของการคูณร่วมกับ สปส. M

$$M(A_1 + A_2 + A_3) = M(1000 - X_1 - X_2 - X_3 + 200 - X_1 + S_1 + 100 - X_3 + S_3$$

$$M(A_1 + A_2 + A_3) = M(1300 - 2X_1 - X_2 - 2X_3 + S_1 + S_3)$$

(ค) จัดกลุ่มให้เป็น $M(A_1 + A_2 + A_3)$ ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ที่ทำการจัดรูปแบบแล้ว

$$Z - 2X_1 - 3X_2 - 4X_3 - M(A_1 + A_2 + A_3) - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$$

(ง) แทนค่า $M(A_1 + A_2 + A_3)$ จากการจัดรูปแบบในข้อ (ข)ลงในข้อ (ค)

$$Z - 2X_1 - 3X_2 - 4X_3 - M(1300 - 2X_1 - X_2 - 2X_3 + S_1 + S_3) - 0S_1 - 0S_2$$
$$- 0S_3 = 0$$

$$Z - 2X_1 - 3X_2 - 4X_3 - 1300M + 2MX_1 + MX_2 + 2MX_3 - MS_1 - MS_3 - 0S_1$$
$$- 0S_2 - 0S_3 = 0$$

$$Z + (2M - 2)X_1 + (M - 3)X_2 + (2M - 4)X_3 - MS_1 - 0S_2 - MS_3 = 1300M$$

สร้างเป็นตารางคำตอบเริ่มต้น

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	X3	A1	S1	A2	S2	A3	S3	b
	Z	1	(2M-2)	(M-3)	(2M-4)	0	(-M)	0	0	0	(-M)	1300M
	A1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1000
ตัวแปรออก	A2	0	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	200
	S2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	400
	A3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	100

การตรวจสอบผลลัพธ์เราจะพิจารณาที่ ค่าสัมประสิทธิ์ของ M เป็นหลัก กรณีที่หาค่าสูงสุด จะพิจารณาว่า จะต้องมีค่าเป็นบวก หรือ "0" หมดทุกค่า กรณีหาค่าต่ำสุดจะพิจารณาว่า จะต้องมีค่าเป็นลบ หรือ "0" หมดทุกค่า จากการคำนวณให้ X1 เป็นตัวแปรเข้าพิจารณา สปส. M ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ ที่เป็นบวกมากที่สุด และให้ A2 เป็นตัวแปรออกจากการคำนวณผลหาร

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 1

Row2' = Row2

Z' = Z – (2M-2)(Row2')

Row1' = Row1 – Row2'

Row3'=Row3

Row4' = Row4

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	X3	A1	S1	A2	S2	A3	S3	b
	Z	1	0	(M-3)	(2M-4)	0	(M-2)	(2-2M)	0	0	(-M)	900M+400
	A1	0	0	1	1	1	1	-1	0	0	0	800
	X1	0	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	200
	S2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	400
ตัวแปรออก	A3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	100

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์โดยพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ของ M พบว่ายังไม่เป็นลบ หรือ "0" หมดทุกค่า จากการคำนวณให้ X_3 เป็นตัวแปรเข้า A_3 เป็นตัวแปรออก

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่2

Row4'= Row4

Z' = Z – (2M-4)(Row4')

Row1' = Row1- Row4'

Row2' = Row2

Row3' = Row3

ตัวแปรเข้า

	Basis	Z	X1	X2	X3	A1	S1	A2	S2	A3	S3	b
	Z	1	0	(M-3)	0	0	(M-2)	(2-2M)	0	(4-2M)	(M-4)	800+700M
ตัวแปรออก	A1	0	0	1	0	1	1	-1	0	-1	1	700
	X1	0	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	200
	S2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	400
	X3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	100

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์โดยพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ของ M พบว่ายังไม่เป็นลบ หรือ "0" หมดทุกค่า จากการคำนวณให้ S_1 เป็นตัวแปรเข้า A_1 เป็นตัวแปรออก

การปรับปรุงผลลัพธ์ครั้งที่ 3

Row1' = Row1

Z' = Z – (M-2)(Row1')

Row2' = Row2 + Row1'

Row3' = Row3

Row4' = Row4

Basis	Z	X1	X2	X3	A1	S1	A2	S2	A3	S3	b
Z	1	0	-1	0	(2-M)	0	(-M)	0	(2-M)	-2	2200
S1	0	0	1	0	1	1	-1	0	-1	1	700
X1	0	1	1	0	1	0	0	0	-1	1	900
S2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	400
X3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	100

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์โดยพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธิ์ของ M พบว่าเป็นลบ หรือ "0" หมดทุกค่า สำหรับกรณีค่าต่ำที่สุด คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุด

$X_1 = 900, X_2 = 0, X_3 = 100$, Min Z = 2200